

PLAN I PROGRAM
ZA
DOPUNSKU (PRODUŽNU) NASTAVU
IZ
MATEMATIKE
(za 3. razred)

Učenik **TREĆEG** razreda treba ostvariti sljedeće minimalne standarde znanja .

1. TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE

- definirati brojevu kružnicu
- definirati trigonometrijske funkcije sinus , kosinus , tangens i kotangens
- pretvarati stupnjeve u radijane i obratno
- iskazati osnovne odnose između trigonometrijskih funkcija
- utvrditi parnost / neparnost trigonometrijskih funkcija
- odrediti temeljni period za zadanu trigonometrijsku funkciju
- odrediti vrijednost trigonometrijske funkcije
- primjenjivati adicijske formule
- pretvarati zbroj trigonometrijskih funkcija u umnožak
- rješavati trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe

Zadatak 1. Popuni tablicu:

Radijani	$-\frac{311}{6}\pi.$	$\frac{65}{3}\pi$		
Stupnjevi			-388^0	330^0

Zadatak 2. Na brojevnoj kružnici odredi $E(t)$ ako je:

a) $t = \frac{1358}{5}\pi$.

b) $t = \frac{135}{4}\pi$.

c) $t = \frac{236}{6}\pi$.

d) $t = \frac{974}{3}\pi$.

Zadatak 3. Na brojevnoj kružnici odredi $E(t)$ i označi $\sin t$, $\cos t$, $\operatorname{tg} t$ i $\operatorname{ctg} t$, ako je $t = \frac{74}{6}\pi$.

Zadatak 4. Na brojevnoj kružnici odredi $E(t)$ ako je:

a) $\sin t = \frac{3}{4}$ i $\operatorname{tg} t < 0$

b) $\cos t = -\frac{3}{4}$ i $\operatorname{ctg} t > 0$

c) $\operatorname{tg} t = 2$ i $\cos t > 0$

d) $\operatorname{ctg} t = -\frac{3}{2}$ i $\sin t < 0$

Zadatak 5. Ako je $\sin x = \frac{24}{25}$, $x \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$ i $\cos y = -\frac{4}{5}$, $y \in \left\langle \pi, \frac{3\pi}{2} \right\rangle$ izračunaj:

a) $\cos(x - y)$

b) $\sin(x + y)$

Zadatak 6. Pojednostavni : a) $\sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right) =$

b) $\cos^2 x - \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) =$

c) $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + t\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + t\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + t\right)} =$

Zadatak 7. Bez uporabe računala izračunaj :

a) $\sin\frac{11\pi}{12} + \sin\frac{7\pi}{12} =$

b) $\cos\frac{5\pi}{12} \cdot \cos\frac{\pi}{12} =$

c) $\sin\frac{11\pi}{12} - \sin\frac{5\pi}{12} =$

- Zadatak 8. Riješi trigonometrijske jednadžbe :
- a) $4 \sin^2 x - 4 \cos x - 1 = 0$
 - b) $3 \cos^2 x - 5 \cos x - 4 = 0$
 - c) $\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 2 = 0$
 - d) $6 \cos^2 x - 5 \sin x - 2 = 0$

- Zadatak 9. Riješi homogene trigonometrijske jednadžbe :
- a) $2 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x + \sin^2 x = 0$
 - b) $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$

- Zadatak 10. Riješi trigonometrijske nejednadžbe :
- a) $\sin x > 0$
 - b) $\operatorname{tg} x < 0$
 - c) $\cos x < \frac{\pi}{4}$
 - d) $\sin x > \frac{1}{2}$

2. PRIMJENA TRIGONOMETRIJE U PLANIMETRIJI

- primijeniti poučak o sinusima
- primijeniti poučak o kosinusu
- primijeniti trigonometriju u planimetriji (površina četverokuta)

Zadatak 1. Izračunaj nepoznate preostale elemente u trokutu ako je zadano

a) $\alpha = 63^\circ$, $a = 25$ cm i $b = 20$ cm

b) $c = 14$ cm, $\alpha = 40^\circ 12'$, $\beta = 40^\circ$

Zadatak 2. Izračunaj duljine stranica i kutove trokuta ako je zadano: $\alpha = 108^\circ$, $\beta = 30^\circ$ i $v_c = 6$ cm

Zadatak 3. Izračunaj nepoznate preostale elemente u trokutu ako je zadano

a) $a = 21$ cm, $c = 15$ cm, $\beta = 21^\circ$

b) $b = 17,1$ cm, $c = 35$ cm, $\alpha = 80^\circ 20'$

c) $a = 26,5$ cm, $b = 14,1$ cm, $c = 14,7$ cm

Zadatak 4. Izračunaj duljine stranica paralelograma kojemu su $e = 10$ cm i $f = 30$ cm duljine dijagonala, a $P = 50$ cm^2 površina.

Zadatak 5. Površina jednakokraknog trapeza je $P = 37,8$ cm^2 . Ako je duljina visine na osnovicu 6,72 cm a kut između kraka i osnovice $\alpha = 60^\circ$, nađi duljine paralelnih stranica.

ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNINI

VEKTORI

- definirati pojam vektora
- zbrajati vektore
- množiti vektore realnim brojem
- izraziti vektor kao linearnu kombinaciju vektora

- utvrditi linearnu zavisnost i nezavisnost vektora
- prikazati vektor u koordinatnom sustavu
- odrediti duljinu vektora
- izračunati skalarni produkt vektora
- ispitati okomitost vektora

Zadatak 1. Vektor $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ ima početak u točki A (-2, 3). Nađi njegov kraj.

Zadatak 2. Odredi koordinate točke B na osi apscisa, ako je $|\vec{AB}| = 5$ i A (3, -4).

Zadatak 3. Zadan je trokut ABC (A (-3, -1), B (1, -4), C (3, 5)). Odredi $\vec{AB} \circ \vec{AC}$

Zadatak 4. Ako je $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ nađi vektor \vec{b} okomit na vektor \vec{a} ako je $|\vec{b}| = 2\sqrt{13}$.

Zadatak 5. Vrhovi trokuta ABC su u točkama A (4, 2), B (1, 5) i C (-1, -2). Izračunaj :

- vektore \vec{AB} i \vec{AC}
- duljine tih vektora
- kut između tih vektora

Zadatak 6. Prikaži vektor $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$ i $\vec{b} = \vec{i} + 8\vec{j}$

Zadatak 7.

Zadan je vektor $\vec{AB} = 3\vec{i} - \vec{j}$ i $A(-1, 3)$. Nađi koordinate točke C tako da vrijedi:

$$\vec{AC} = 2\vec{AB}$$

$$\vec{AC} = -2\vec{AB}$$

PRAVAC

- napisati jednadžbu pravca u eksplicitnom, implicitnom i segmentnom obliku
- odrediti jednadžbu pravca kroz dvije točke
- odrediti presjek dva pravca
- primijeniti uvjet okomitosti i paralelnosti
- odrediti kut između dva pravca
- izračunati udaljenost točke od pravca

Zadatak 1. Odredi implicitnu, eksplicitnu i segmentnu jednadžbu pravca koji prolazi točkama $A(-2,3)$ i $B(6,-4)$ i nacrtaj taj pravac.

Zadatak 2. Odredi presjek dva pravca $p \dots 3x+4y+7=0$ i $q \dots 2x-y+3=0$

Zadatak 3. Pravac prolazi točkama $A(3, y)$ i $B(-2, 3)$. ako mu je koeficijent smjera -2 nađi ordinatu točke A .

Zadatak 4. odredi jednadžbu pravca koji prolazi točkom $T(2, 1)$ i okomit je na pravac $y = 3x - 1$.

Zadatak 5. Odredi kut između pravaca $3x - 5y + 1 = 0$ i $5x - 3y + 1 = 0$.

Zadatak 6. Pravac prolazi točkama $A(-6, 4)$ i $B(4, y)$, te je paralelan s pravcem $4x + 3y - 5 = 0$. Odredi ordinatu točke B .

Zadatak 7. Nađi površinu kvadrata čija jedna stranica leži na pravcu $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$, a središte je u točki S (-1, -1).

KRUŽNICA

- definirati kružnicu i napisati njezinu jednadžbu ako su poznate koordinate središta i polumjer kružnice
- odrediti koordinate središta i polumjer kružnice iz zadane jednadžbe
- napisati jednadžbu kružnice ako su zadane tri točke na kružnici
- odrediti presjek pravca i kružnice
- napisati jednadžbu tangente i normale u zadanoj točki kružnice
- napisati jednadžbu tangente koja je paralelna ili okomita na zadani pravac

Zadatak 1. Odredi jednadžbu kružnice čije je središte u točki S(-1,2) i koja ima polumjer 5.

Zadatak 2. Nađi jednadžbu kružnice koja je koncentrična kružnici $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ čiji je polumjer dvostruko veći od polumjera zadane kružnice.

Zadatak 3. Kako glasi jednadžba kružnice kojoj je dužina AB (A (1, -4), B (-3, 6)) promjer ?

Zadatak 4. Kako glasi jednadžba kružnice kojoj je polumjer $r = \sqrt{20}$ i koja prolazi točkama A(-2, 4) i B (4,2).

Zadatak 5. Odredi jednadžbe tangenata povučениh iz točke $T(3, -1)$ na kružnicu $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 3 = 0$.

Zadatak 6. Odredi međusobni položaj pravca $2x - y - 3 = 0$ i kružnice $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0$. Ako se sijeku odredi koordinate sjecišta.

KRIVULJE DRUGOG REDA

- definirati elipsu, hiperbolu i parabolu, te napisati njihove jednadžbe
- skicirati krivulju, znati odrediti koordinate tjemena i fokusa, jednadžbe asimptota (sve ovisi o krivulji)
- prepoznati krivulju iz zadane jednadžbe
- odrediti presjek pravca i krivulje drugog reda
- napisati jednadžbu tangente i normale u zadanoj točki krivulje drugog reda

Zadatak 1. U jednadžbi elipse $4x^2 + 9y^2 = 9$ odredi a, b, e, ϵ, p i koordinate fokusa te nacrtaj elipsu.

Zadatak 2. Odredi jednadžbu elipse koja prolazi točkama $A(-6, -4)$ i $B(8, -3)$

Zadatak 3. U jednadžbi hiperbole $x^2 - 4y^2 = 16$ odredi a, b, e, ϵ, p i koordinate fokusa te nacrtaj hiperbolu

Zadatak 2. Skiciraj i odredi jednadžbu hiperbole kojoj je pravac $x + 2y = 0$ asimptota i koja prolazi točkom $A(-6, 1)$.

Zadatak 3. Skiciraj i odredi jednadžbu parabole kojoj je direktrisa $y = 3$.

Zadatak 5. Skiciraj i odredi jednadžbu elipse koja prolazi točkom $A(-4, \sqrt{10})$ i ima poluparametar 3

Zadatak 6. Izračunaj površinu trokuta kojeg određuju os apscisa, tangenta i normala parabole $y^2 = 8x$ u točki $D(2, y < 0)$.

Zadatak 7. U presječnim točkama pravca $y = 4x - 8$ i parabole $y^2 = 16x$ povučene su tangente. Odredi jednadžbe tangenata i kut među njima.

Zadatak 8. Ispitaj u kakvom su odnosu pravac i krivulja drugog reda (ako se sijeku odredi koordinate presječnih točaka)

a) pravac $x - 2y = 12$ i elipsa $\frac{x^2}{80} + \frac{y^2}{20} = 1$ b) pravac $y = 5x + 1$ i hiperbola $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{100} = 1$

c) pravac $3x + 4y - 4 = 0$ i parabola $y^2 = -\frac{1}{3}x$

NASTAVNE CJELINE	OČEKIVANA POSTIGNUĆA , ISHODI UČENJA	REDNI BROJ SATA	NASTAVNE STRATEGIJE	KOGNITIVNE RAZINE				ISHODI UČENJA
				Z	R	P	K	
TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE	<ul style="list-style-type: none"> ▪ definirati brojevnju kružnicu ▪ definirati trigonometrijske funkcije sinus , kosinus , tangens i kotangens ▪ iskazati osnovne odnose između trigonometrijskih funkcija ▪ utvrditi parnost / neparnost trigonometrijskih funkcija ▪ odrediti temeljni period za zadanu trigonometrijsku funkciju ▪ odrediti vrijednost trigonometrijske funkcije ▪ primjenjivati adicijske formule ▪ pretvarati zbroj trigonometrijskih funkcija u umnožak ▪ rješavati trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe 		Iskustvena Direktna Indirektna	X X	X X	 X X	X	-praćenje sudjelovanja na satu
PRIMJENA TRIGONOMETRIJE U PLANIMETRIJI	<ul style="list-style-type: none"> • primijeniti poučak o sinusima • primijeniti poučak o kosinusu • primijeniti trigonometriju u planimetriji (površina četverokuta) 		Iskustvena Direktna Indirektna	X X	X X	 X		-kontrolna provjera znanja - provjera domaće zadaće -praćenje sudjelovanja na satu
VEKTORI	<ul style="list-style-type: none"> • definirati pojam vektora • zbrajati vektore • množiti vektore realnim brojem • izraziti vektor kao linearnu kombinaciju vektora • utvrditi linearnu zavisnost i nezavisnost vektora • prikazati vektor u koordinatnom sustavu • odrediti duljinu vektora 		Iskustvena Direktna Indirektna	X X	 X X	 X		-kontrolna provjera znanja - provjera domaće zadaće -praćenje sudjelovanja na satu

	<ul style="list-style-type: none"> • izračunati skalarni produkt vektora • ispitati okomitost vektora 			X	X			
PRAVAC	<ul style="list-style-type: none"> • napisati jednadžbu pravca u eksplicitnom, implicitnom i segmentnom obliku • odrediti jednadžbu pravca kroz dvije točke • odrediti presjek dva pravca • primijeniti uvjet okomitosti i paralelnosti • odrediti kut između dva pravca • izračunati udaljenost točke od pravca 		Iskustvena Direktna Indirektna	X X X X	X	X		-kontrolna provjera znanja -provjera domaće zadaće -praćenje sudjelovanja na satu
KRUŽNICA	<ul style="list-style-type: none"> • definirati kružnicu i napisati njezinu jednadžbu ako su poznate koordinate središta i polumjer kružnice • odrediti koordinate središta i polumjer kružnice iz zadane jednadžbe • napisati jednadžbu kružnice ako su zadane tri točke na kružnici • odrediti presjek pravca i kružnice • napisati jednadžbu tangente i normale u zadanoj točki kružnice • napisati jednadžbu tangente koja je paralelna ili okomita na zadani pravac 		Iskustvena Direktna Indirektna	X X X	X X	X X		-kontrolna provjera znanja -provjera domaće zadaće -praćenje sudjelovanja na satu
KRIVULJE DRUGOG REDA	<ul style="list-style-type: none"> • definirati elipsu, hiperbolu i parabolu , te napisati njihove jednadžbe • skicirati krivulju , znati odrediti 		Iskustvena Direktna indirektna	X				-kontrolna provjera znanja

	koordinate tjemena i fokusa , jednadžbe asimptota (sve ovisi o krivulji) <ul style="list-style-type: none"> • prepoznati krivulju iz zadane jednadžbe • odrediti presjek pravca i krivulje drugog reda • napisati jednadžbu tangente i normale u zadanoj točki krivulje drugog reda 			X	X		X	X	-provjera domaće zadaće -praćenje sudjelovanja na satu
ZAVRŠNI ISPIT	ocjenjivanje razine učenikova znanja		samostalni rad	X	X	X	X		Pisana provjera znanja

Kriterij ocjenjivanja na dopunskoj (produžnoj) nastavi (i popravnom ispitu) u nastavnom predmetu matematika

Učenik će biti upućen na dopunsku nastavu, ako tijekom školske godine nije ostvario minimalne standarde znanja.

Učenik će od predmetnog nastavnika dobiti izabrane zadatke, koji su pregled gradiva koje je potrebno znati na ispitu iz matematike.

Na produžnoj (dopunskoj) nastavi učenik je dužan prisustvovati, uredno izrađivati domaće zadaće, nositi potrebni pribor.

Svi ovi elementi će utjecati na donošenje nastavnikove odluke je li učenik zadovoljio minimalnu razinu znanja ili ne.

Svaki dan, na produžnoj nastavi bit će ponovljena jedna nastavna cjelina nakon koje će učenik dobiti domaću zadaću. Domaća zadaća mora biti predana u sljedećem terminu u pisanom obliku.

Zadaće će utjecati na donošenje nastavnikove odluke je li učenik zadovoljio minimum znanja ili ne.

Nakon odrađene posljednje cjeline, učenik će pristupiti završno testiranje pismenim putem, gdje će biti provjereno je li usvojio potrebna znanja da dobije pozitivnu ocjenu iz nastavnog predmeta matematika.

Kriterij ocjenjivanja pisanog dijela na produžnoj nastavi.

0% - 50% ocjena nedovoljan

51% - 75% ocjena dovoljan

76% - 100% ocjena dobar

Konačna ocjena se donosi na temelju svih rezultata postignutih tijekom produžne nastave.

- **Urednost u pohađanju nastave**
- **Urednost u nošenju pribora**
- **Izrada i točnost domaćih zadaća**
- **Točnost pisanog rada**

Odluka o konačnoj ocjeni bit će donesena od strane predmetnog nastavnika.

Ako učenik ne zadovolji minimum znanja, bit će upućen na popravni ispit koji se održava u kolovozu iste godine.

Učenici upućeni na popravni ispit moraju na ispitu odgovarati cijelu godinu. Popravni ispit će se sastojati iz dva dijela : pisanog i usmenog dijela.

Kriterij ocjenjivanja pisanih radova na popravnom ispitu isti je kao i na produžnoj nastavi.

Usmeni dio ispita sastavljen je iz pitanja vezanih uz različita poglavlja, a pitanja može postavljati bilo koji član povjerenstva.

Konačna ocjena na popravnom ispitu donosi se na temelju rezultata postignutih na pismenom i usmenom dijelu.